



## JOGO “TORRE DE HANÓI”: O USO DA LUDICIDADE NA MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA MOTIVACIONAL PARA A APRENDIZAGEM

JANDSON MARCIONILO TAVARES DOS SANTOS

### RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo discutir o uso do jogo “Torre de Hanói” na construção de habilidades matemáticas. A metodologia empregada nesse resumo expandido foi de natureza qualitativa através de uma revisão de literatura para obtenção de dados. Nesse caso, realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre o que já foi investigado por outros autores a fim de aprimorar a discussão sobre o tema. Através desse estudo realizado, foi possível concluir que o uso do jogo “Torre de Hanói” nas aulas de Matemática explora muitas habilidades. Também é uma maneira interessante de levar o aluno a se envolver com os métodos para resolução de problemas. Apostar em jogos é uma estratégia interessante para promover um ensino mais dinâmico na Matemática. O ensino tradicional só almeja que o aluno domine a reprodução automática dos conteúdos expostos em sala de aula. A pura memorização não aperfeiçoa a criatividade e não fomenta o interesse pela aprendizagem. Muitos conteúdos podem ser trabalhados com esse jogo, portanto ele permite sempre criar vários desafios, despertando assim uma certa curiosidade sobre o alcance das suas novas possibilidades, além de instigar seus jogadores à medida que o número de discos vai aumentando. Confeccionar esse jogo é uma atividade simples, mas bastante enriquecedora porque favorece a expressão artística e utiliza capacidades psicomotoras como recortar, pintar e colar. Dessa forma, quanto mais variadas forem as possibilidades que uma tarefa possa exigir da turma, isso irá permitir que o professor também consiga explorar as inteligências múltiplas dos seus alunos. Portanto, educar é sempre uma experiência muito complexa, mas de grande enriquecimento pessoal, que envolve bastante carinho e reflexão sobre as melhores formas de contribuição para o processo de ensino aprendizagem no cotidiano.

**Palavras-chave:** desafios, educação, alunos, ludicidade, prática pedagógica.

### 1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais é necessário dinamizar os conhecimentos tradicionais que as escolas oferecem. Sobretudo, na disciplina de Matemática. Com frequência essa matéria se torna bastante estigmatizada e, por vezes, termina sendo lembrada pelos educandos através de experiências negativas. Isso ocorre porque muitos estudantes ainda acabam tendo uma percepção distorcida sobre a importância dos conceitos matemáticos que são formulados por noções abstratas de álgebra, geometria; ou também operacionalizar simples cálculos aritméticos quando utilizados de forma concreta em situações-problema do dia a dia.

Esse mau desempenho escolar na área de exatas reflete-se, por exemplo, no diagnóstico das avaliações externas. Em dezembro de 2023, o Ministério da Educação (MEC) divulgou os resultados da prova do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), os exames foram aplicados com os estudantes em 2022, revelando que o Brasil está num dos últimos lugares em relação a outros países do mundo nas aprendizagens de leitura, ciências e aptidões matemáticas.

Em meio a tantos recursos didáticos que causam motivação para despertar o interesse em aprender, os alunos gostam quando são exploradas, na sala de aula, as atividades lúdicas. Principalmente, quando a prática docente traz uma abordagem instigante que desperta curiosidade, raciocínio lógico e participação ativa.

Por essa razão, o presente trabalho tem como objetivo discutir o uso do jogo “Torre de Hanói” na construção de habilidades matemáticas.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia empregada nesse estudo foi de natureza qualitativa através de uma revisão de literatura para obtenção de dados. Santos e Noronha (2010) afirmam que a revisão de literatura tem como interesse a localização de materiais que subsidiarão o assunto explorado. Nesse caso, realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre o que já foi investigado por outros autores a fim de aprimorar a discussão sobre o tema.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O matemático francês Edouard Anatole Lucas desenvolveu a “Torre de Hanói” no ano de 1883. Assim ela foi inventada e vendida como um brinquedo. Esse jogo também é conhecido por outros nomes, tais como: “quebra-cabeça do fim do mundo” ou “torre de bramanismo”. Sua estrutura é composta por uma base de madeira, papelão ou isopor onde são fixados três pinos do mesmo tamanho, porém com um certo espaço entre os mesmos para conseguir fazer a transferência dos discos, conforme mostrados posteriormente na FIGURA 1. Todavia, os discos utilizados nesse jogo devem ser bastante diferentes: no tamanho, na cor e na quantidade à medida que o desafio vai sendo atingido.

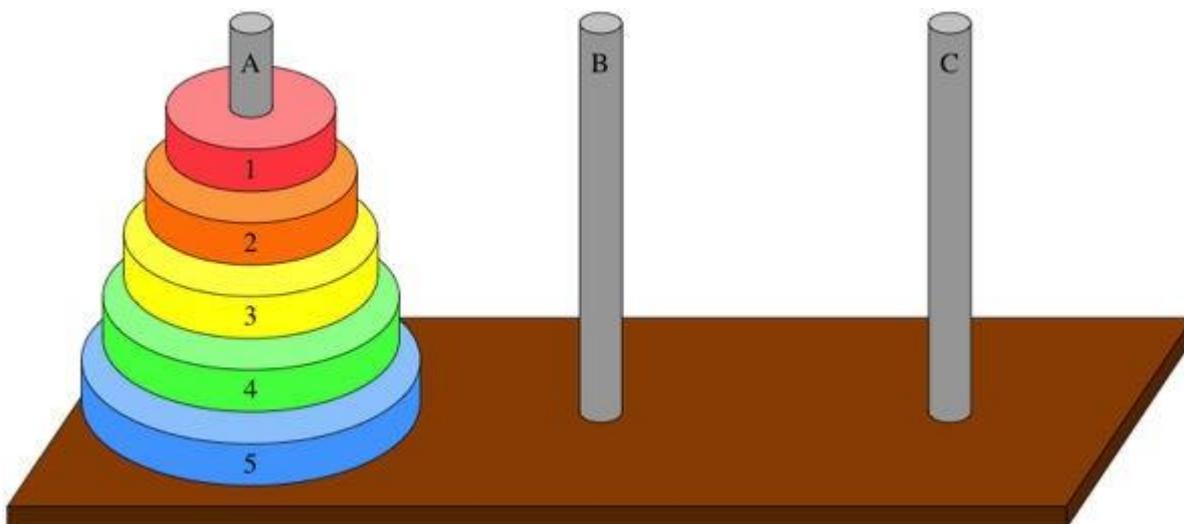


Figura 1: Jogo “Torre de Hanói”. Fonte: Khan Academy. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms/towers-of-hanoi/a/towers-of-hanoi>. Acesso em: 13/01/2024.

De acordo com a FIGURA 1, todos os discos menores sempre devem ficar acima dos discos maiores, num mesmo pino (esquerda, centro ou direita). A partir daí, o jogador precisa no menor tempo possível, em relação aos seus adversários, levar todos os discos para o pino que está na outra extremidade (de A para C), sempre passando pelo pino do meio (B), deve-se tentar fazer o menor número possível de movimentações com os discos.

Nunes (2023) acrescenta que se não houver critérios para mexer os discos, dificilmente conseguirá chegar a uma solução em tempo hábil. Conhecer estratégias especiais sobre esse jogo garante mais assertividade sobre cada jogada executada, reduzindo erros. Assim, o tempo é otimizado.

Ribeiro et al. (2023, p. 2713) acredita que: “A torre de Hanói hoje no século XXI é de suma importância, haja vista que constitui num jogo estratégico capaz de contribuir no desenvolvimento da memória, do planejamento e solução de problemas através de técnicas estratégicas”. Estimular a concentração e o exercício do pensamento permitem que os alunos alcancem melhores resultados durante atividades realizadas em qualquer matéria escolar. Portanto, os jogos de regras – como a Torre de Hanói, por exemplo – são recursos necessários para o amadurecimento dos participantes.

As regras são condições que refletem a capacidade de interação com as outras pessoas. Em geral, as sociedades só conseguem desenvolver relações harmônicas e funcionais porque são pautadas por regras que demandam cooperação. Desse modo, aprender a competir dentro de condições justas é um meio de preparar os alunos para os desafios do mundo. Logo, é importante destacar que, assim como nos jogos, o empenho e a paciência são estratégias fundamentais para alcançar o sucesso em quaisquer problemas da vida.

Em síntese, o ato de jogar não pode ser visto como mero passatempo pois traz benefícios para as relações interpessoais à medida que influencia na responsabilidade e tomada de decisões.

O psicólogo suíço Jean Piaget (1896-1980) estudou como se forma o desenvolvimento moral das crianças através dos comportamentos apresentados por elas durante os jogos de bolinha de gude. E assim, em suas próprias palavras, ele percebeu que: “toda moral consiste num sistema de regras, e a essência de toda moralidade deve ser procurada no respeito que o indivíduo adquire por essas regras” (PIAGET, 1997, p. 11).

Por isso, as crianças tendem aperfeiçoar a prática de regras com o passar da idade. Rosa Neto (1996, p. 37) também concorda que: “A experiência de vida, na idade apropriada, é um fator decisivo; em casa, no clube, na escola, na rua, em todo lugar. E há sempre uma idade mais fecunda para cada experiência.”

Normalmente, os jogos de regras têm início entre os 4 a 7 anos de idade. No entanto, por volta dos 11 aos 14 anos, durante o *estágio de codificação das regras* estes sujeitos aprendem a exercitar parâmetros para realizar mudanças dentro dos regulamentos já criados por outras pessoas, mas isso só será acatado pelo grupo se houver interesse por códigos diferentes. Então, por meio deste consenso, os líderes da turma acabam realizando alterações sobre as novas imposições estabelecidas pela maioria de todos os presentes que decidiram a favor. Nesta fase de desenvolvimento, o interesse pela democracia é uma característica mais evidente, visto que o egocentrismo infantil vai sendo suprimido com a maturidade das crianças alinhado aos momentos saudáveis e divertidos com os outros.

Segundo Barros (1996, p. 195):

O jogo de regras é o tipo de jogo que surge mais tardiamente na vida do indivíduo, mas, em compensação, ele subsiste e desenvolve-se durante toda a vida adulta (esportes, xadrez, jogos de cartas, etc.)

[...]

O jogo de regras só é possível após um certo desenvolvimento da inteligência e é característico do indivíduo socializado.

Apostar em jogos é uma estratégia interessante para promover um ensino mais dinâmico na Matemática. Vários conteúdos são aplicados durante todo o ano letivo, mas se não forem associados a estímulos positivos, de maneira lúdica e acolhedora, poucos assuntos trabalhados irão obter resultados efetivos mediante as competências que os estudantes precisam adquirir.

O excesso de fórmulas matemáticas sem compreensão das suas aplicações práticas tende a levar o aluno a acabar esquecendo em pouco tempo como resolver essas questões.

A pura memorização não aperfeiçoa a criatividade e não fomenta o interesse pela aprendizagem. O ensino tradicional só almeja que o aluno domine a reprodução automática dos conteúdos expostos em sala de aula.

Também se observa que – hoje em dia – apesar de vários jogos serem facilmente encontrados em dispositivos eletrônicos como *smartphones*, *notebooks*, *tablets* etc. Com as desigualdades sociais, muitos alunos não podem comprar esses objetos. Oliveira, Brim e Pinheiro (2019, p. 572) consideram que recursos mais baratos também trazem bons resultados: “Muito embora as crianças tenham acesso aos jogos digitais, com tecnologias avançadas, a essência do jogar, da competitividade saudável, do estímulo ao raciocínio lógico, elaboração de estratégias, se faz presente nos jogos considerados simples, feitos com materiais simples”.

Por isso, vale ressaltar que o jogo Torre de Hanói pode ser artesanalmente confeccionado em casa pelos educados ou até mesmo na própria sala de aula (a depender do tempo estabelecido nas sequências didáticas elaboradas pelo professor para o desenvolvimento dessa atividade). Todos os materiais que compõem o “quebra-cabeça do fim do mundo” são bem simples, assim como organizar a montagem final das peças utilizadas é rápido, sem grandes contratempos.

Oliveira (2019) orienta que mesmo com poucos recursos e dificuldades financeiras para a compra do jogo “Torre de Hanói”, o docente e seus alunos podem utilizar meios alternativos que sejam até mais baratos ou ainda pode-se também fazer essa experiência com produtos recicláveis para elaboração de tal quebra-cabeça.

Recortar, pintar e criar são habilidades essenciais para explorar coordenação motora, libertar a sensibilidade do aprendiz e desenvolver aperfeiçoamento técnico. Consequentemente isso ocorre durante a construção de brinquedos pedagógicos que buscam transmitir simultaneamente muito prazer e conhecimento.

De acordo com o PCN – Parâmetro Curricular Nacional de Matemática: “é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver” (BRASIL, 1997, p. 36). Por todos esses méritos, o jogo da “torre de bramanismo” se adapta a várias etapas da Educação Básica, desde anos iniciais. E pode ser pedagogicamente utilizado em muitos conteúdos como a potenciação e a geometria vistos no Ensino Fundamental II. Já no Ensino Médio pode-se associar esta dinâmica do movimento dos discos ao ensino de funções exponenciais, progressão geométrica (PG), análise combinatória etc.

Por esse motivo, nas escolas públicas ou privadas, a matriz curricular precisa ser trabalhada com situações didáticas norteadas por quatro etapas fundamentais para aquisição do conhecimento. Para o matemático francês Guy Brousseau, criador da Teoria das Situações Didáticas (TSD) na década de 1970, essas fases classificam-se em:

1. *Ação*: Os alunos precisam explorar o problema, procurando estratégias de resolução. Essa pesquisa ocorre porque decorre de uma tarefa de natureza prática ou manipulativa. Diante da sua procura por respostas, surgem as ações como tomada de decisões, a interação com o grupo é permitida, pois a troca de saberes também consiste em agir.
2. *Formulação*: Após a fase inicial de ação, agora os alunos precisam formular conceitos e generalizações pautados nas experiências práticas que tiveram no primeiro momento.

Para isso, expressam verbalmente ou simbolicamente as estratégias utilizadas. Registram suas elocubrações. Essas ideias implícitas conseguem se tornarem mais claras, porque são expostas.

3. *Validação*: “O principal objetivo da validação são as afirmações que foram elaboradas na fase de *ação e formulação*. Nesta fase o aluno utiliza de provas para justificar suas respostas, contestá-las ou recusá-las” (OLIVEIRA; CALEJON; BRITO, 2016, p. 3).
4. *Institucionalização*: É a última parte, onde o professor retoma seu papel e esclarece aos alunos quais saberes construídos nas etapas passadas estão realmente corretos, sendo pertinentes aos objetivos do currículo, porque são aceitos pela comunidade científica e comprovados por pensadores da área. Institucionalizando esse levantamento de forma oficial aos conhecimentos formais da disciplina, para ampliar esses saberes.

Brousseau usou essas fases para aperfeiçoar as estratégias do processo de ensino aprendizagem na didática da matemática, a fim de que os alunos possam então desempenhar um papel ativo, investigador, através da mediação do professor.

Dessa forma, ao trabalhar com jogos como a “Torre de Hanói” o professor deve analisar se os seus exercícios propostos em sala de aula também estão alinhados a uma visão didática mais progressista, conforme foi proposta tal qual o educador francês Guy Brousseau concebeu, oferecendo assim aos educados mais liberdade e autonomia da pesquisa.

Nesse compasso, Dante (1991, p. 14) acredita que:

O real prazer de estudar Matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e conformismo.

Por isso, os professores precisam constantemente ser mais flexíveis para que a prática pedagógica não desmotive seus alunos; ou faça-os acreditarem na sua incapacidade por falta de compreensão e de prazer sobre as situações-problema que a Matemática sempre oferece como um grande meio de aperfeiçoamento das ideias. Sobretudo, na evolução do pensamento crítico.

Estar atento a esses desafios promove uma educação mais inclusiva, capaz de abraçar a todos em suas dificuldades e potenciais.

#### 4 CONCLUSÃO

Através desse estudo realizado, foi possível concluir que o uso do jogo “Torre de Hanói” nas aulas de Matemática explora muitas habilidades. Também é uma maneira interessante de levar o aluno a se envolver com os métodos para resolução de problemas.

Muitos conteúdos podem ser trabalhados com esse jogo, portanto ele permite sempre criar vários desafios, despertando assim uma certa curiosidade sobre o alcance das suas novas possibilidades, além de instigar seus jogadores à medida que o número de discos vai aumentando.

Confeccionar esse jogo é uma atividade simples, mas bastante enriquecedora porque favorece a expressão artística e utiliza capacidades psicomotoras como recortar, pintar e colar. Dessa forma, quanto mais variadas forem as possibilidades que uma tarefa possa exigir da turma, isso irá permitir que o professor também consiga explorar as inteligências múltiplas dos seus alunos.

Portanto, educar é sempre uma experiência muito complexa, mas de grande enriquecimento pessoal, que envolve bastante carinho e reflexão sobre as melhores formas de contribuição para o processo de ensino aprendizagem no cotidiano.

## REFERÊNCIAS

BARROS, C. S. G. **Psicologia e construtivismo**. 1. ed. São Paulo: Ática, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. MEC/SEF, Brasília, 1997.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1991.

NUNES, D. **A surpreendente matemática da Torre de Hanói (Fractais, Binários...)**. Youtube “Canal Tem Ciência”, 12 jul. 2023. (13 min.), son., color. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=CLouA-TA6nc> . Acesso em: 13/01/2024.

OLIVEIRA, E. P. de. **As diversas maneiras de explorar a matemática através do Jogo Torre de Hanói**. 2019. 69 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

OLIVEIRA, B. A. H. de; BRIM, J. de F. H.; PINHEIRO, N. A. M. O jogo Torre de Hanói como ferramenta mediadora no ensino de potências: um estudo com os alunos do 6º ano do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 12, n. 1, p. 568 – 583, jan./abr. 2019.

OLIVEIRA, S. G. de; CALEJON, L. M. C.; BRITO, A. S. A utilização e aplicação do jogo Torre de Hanói para o ensino de conceitos matemáticos mais atraente e eficaz. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), 12., 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2016. p. 1-7. ISSN 2178-034X.

PIAGET, J. **O julgamento moral na criança**. São Paulo: Mestre Jou, 1977.

ROSA NETO, E. **Didática da Matemática**. 9. ed. São Paulo: Ática, 1996.

RIBEIRO, C. A. et al. O jogo Torre de Hanói como ferramenta mediadora no ensino de potências: um estudo com os alunos do 6 ano do Ensino Fundamental Nível II. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, São Paulo, v. 9, n. 5, 2023.

SANTOS, C. R. dos; NORONHA, R. T. da Silva de. **Monografias científicas: TCC**, dissertação, tese. 2. ed. São Paulo: Avercamp, 2010.