A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E SUA INSERÇÃO NO ÂMBITO ESCOLAR ATRAVÉS DO GEOGEBRA

PEDRO CUNHA BORGES; MARIA EDUARDA SOARES DE OLIVEIRA

RESUMO

O presente trabalho, tem como propósito apresentar de maneira simples, os conceitos da Sequência de Fibonacci e o Retângulo Áureo, trazendo exemplos de sua aplicação no âmbito escolar através do uso de um software matemático. Seu objetivo surge mediante a grande notoriedade do estudo da Sequência de Fibonacci que se faz presente em inúmeras pesquisas de diversas áreas acadêmicas, e tem como desígnio principal, vincular o tema ao currículo escolar, através da BNCC. No decorrer do trabalho, Leonardo Fibonacci, e sua sequência serão apresentados, assim como algumas características sobre a lei de formação da sequência em questão. O problema dos casais de coelhos apresentado como viés principal da sequência descrita por Fibonacci, sua relação com o número φ e a Proporção Áurea são descritas com intenção de apresentar o tema ao leitor. Há uma breve apresentação de habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no componente curricular matemática, que apresenta a possibilidade do uso da Sequência de Fibonacci em salas de aula do Ensino Fundamental Anos Finais. Em um último momento há o passo a passo da construção matemática do Retângulo Áureo e a Espiral de Fibonacci, utilizando o software GeoGebra. A atividade apresenta métodos de aprendizagem ativa e o desenvolvimento do pensamento investigativo e crítico, além de promover a interdisciplinaridade. Os resultados e discussões apresentam o desenvolvimento do aluno e sua capacidade investigativa ao comparar as proporções encontradas com imagens tiradas da internet, contestando falácias. O trabalho foi produzido através de uma pesquisa bibliográfica de materiais acadêmicos impressos e encontrados na internet.

Palavras-chave: Fibonacci; BNCC; Proporção Áurea; Retângulo Áureo; GeoGebra.

1 INTRODUÇÃO

A Sequência de Fibonacci, é considerada por muitos, a sequência numérica recursiva mais curiosa e enigmática, sendo objeto de estudos em variadas áreas do conhecimento. Tendo seus algarismos fortemente relacionados a Proporção Áurea e ao número φ, as comparações entre a sequência e diversos aspectos da vida e da arte são inevitáveis.

Em um primeiro momento teremos a apresentação de Leonardo Fibonacci, assim como o surgimento de sua sequência através do problema dos casais de coelhos descrita em sua obra Liber Abaci (1202). Após uma breve passagem sobre a lei de formação da sequência, há sua correlação com o número φ e a apresentação do Retângulo Áureo. Por fim, tem-se o currículo escolar de acordo com a BNCC, vinculado a uma proposta para sala de aula envolvendo a história matemática ressaltada por D'Ambrósio (2009, p.29), e uma proposta pedagógica de construção matemática envolvendo a interdisciplinaridade e o uso de mídias digitais.

Percebendo a importância e grandeza da Sequência de Fibonacci, que abrange não só as ciências matemáticas, mas atua também na arte e na história, o intuito desse trabalho surge, para vincular o tema ao currículo escolar previsto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) utilizando a tecnologia aliada ao software matemático GeoGebra.

DOI: 10.51189/conbraed2024/32762

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O trabalho foi produzido a partir da leitura de artigos, e obras disponíveis em meios impressos e na internet, além de algumas produções do autor. O software matemático gratuito GeoGebra foi utilizado para as construções matemáticas apresentadas.

3 LEONARDO FIBONACCI

Leonardo de Pisa considerado por muitos, o matemático europeu mais original e capaz de sua época, nascido na década de 1170, na Itália. Era conhecido por Leonardo Fibonacci, pelo fato de o termo Fibonacci ser o diminutivo de "filius Bonacci" que tem como significado "filho de Bonaccio". Também foi chamado de Leonardo Pisano, ou Leonardo Bigollo.

3.1 A Sequência de Fibonacci

A sequência de Fibonacci foi citada em sua obra Liber Abaci (1202), embora ela já tivesse sido descrita posteriormente por gregos, indianos e egípcios. Na obra, Fibonacci propôs o problema envolvendo o crescimento de uma população de coelhos não realista biologicamente. Assim, Fibonacci apresenta as seguintes condições:

No primeiro mês há apenas um casal de coelhos;

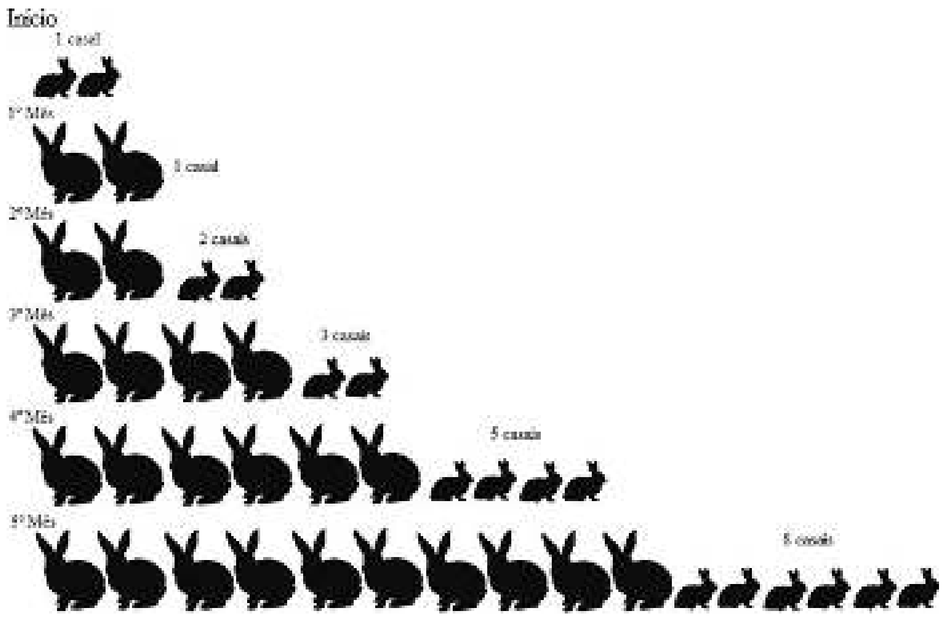
Os casais atingem a maturidade sexual ao fim de um mês, assim como o período gestacional de um coelho dura um mês;

Não há problemas genéticos no cruzamento consanguíneo;

Todos os meses, após atingir a maturidade sexual, cada casal dá à luz a um novo casal; Os coelhos nunca morrem.

O objetivo do problema proposto era encontrar o número de casais de coelhos existentes após um ano. Para exemplificar, temos na figura 1, a representação dos primeiros cinco meses de reprodução dos coelhos.

Figura 1. Casais de coelhos



Assim, na tabela 1 abaixo podemos visualizar a projeção de casais de coelhos durante o período de um ano.

Revista Multidisciplinar de Educação e Meio Ambiente ISSN: 2675-813X V. 5, Nº 2, 2024

Tabela 1. Casais de coelhos

	Casais de Coelhos Adultos	Casais de Coelhos Filhotes	Total de Casais de Coelhos
Início	0	1	1
1º Mês	1	0	1
2º Mês	1	1	2
3º Mês	2	1	3
4º Mês	3	2	5
5º Mês	5	3	8
6º Mês	8	5	13
7º Mês	13	8	21
8º Mês	21	13	34
9º Mês	34	21	55
10º Mês	55	34	89
11º Mês	89	55	144
12º Mês	144	89	233

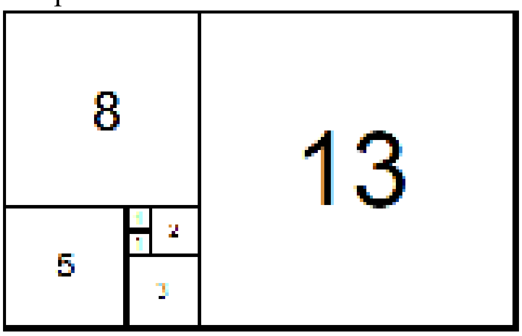
Fonte: Acervo pessoal.

A partir desse momento, é possível notar que o número de casais de coelhos adultos, o número de casais de coelhos filhotes e o total de casais de coelhos, nos apresenta então, a Sequência de Fibonacci. Ao observar a sequência em questão, é notável que se trata de uma sequência recursiva, onde o termo sucessor é gerado através da soma dos dois termos imediatamente anteriores a ele.

3.2 A Sequência de Fibonacci e a Razão Áurea

A Sequência de Fibonacci pode ser representada anexando quadrados e formando retângulos, como pode ser visto na figura 2. Além disso, quanto mais anexarmos quadrados seguindo a sequência, mais próxima a proporção (razão do lado maior pelo lado menor) deste retângulo ficará do número irracional φ ($\varphi \cong 1{,}618$).

Figura 2. Retângulo com a sequência de Fibonacci.



4 A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI EM SALA DE AULA

No contexto educacional baseado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a aplicação da Sequência de Fibonacci no Ensino Fundamental Anos Finais, faz complemento às habilidades e objetos de conhecimento previstos na unidade temática Álgebra, encontrada na

DOI: 10.51189/conbraed2024/32762

BNCC. Uma das dez competências gerais da educação básica, consiste em:
"Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva." (BRASIL, 2018, p. 9).

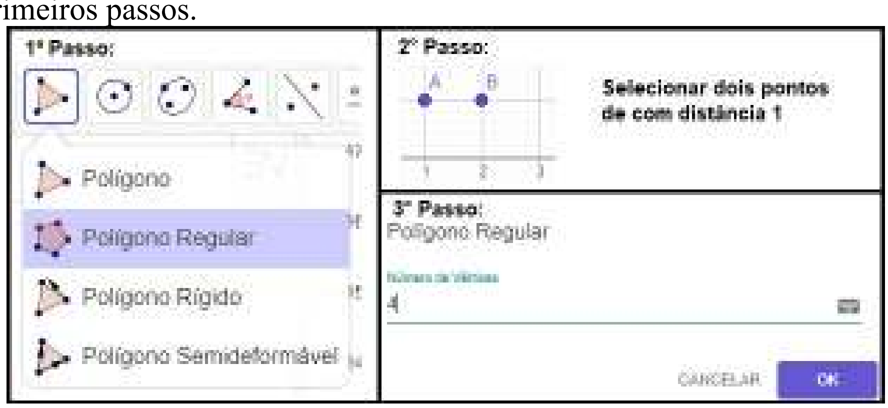
Nas habilidades previstas na BNCC para o componente curricular matemática, no sétimo ano do Ensino Fundamental, temos a (EF07MA14) que consiste em "Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura" (BRASIL, 2018, p. 307). E a habilidade (EF07MA15) consistindo em "Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas." (BRASIL, 2018, p. 307). Já nas habilidades previstas na BNCC para o componente curricular de matemática do oitavo ano, temos a habilidade (EF08MA11) "Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes" (BRASIL, 2018, p. 313).

Ao tomar como ponto de partida a inclusão da Sequência de Fibonacci no âmbito escolar, inicialmente o professor deve apresentar a sequência para os alunos, explicando suas propriedades de formação. Nesse momento entra em cena a importância da história matemática no ensino, como pontuado por D'Ambrósio (2009, p.29) ela é "[...] fundamental para se perceber como as teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas [...]".

4.1 Construção gráfica da Sequência de Fibonacci no software GeoGebra

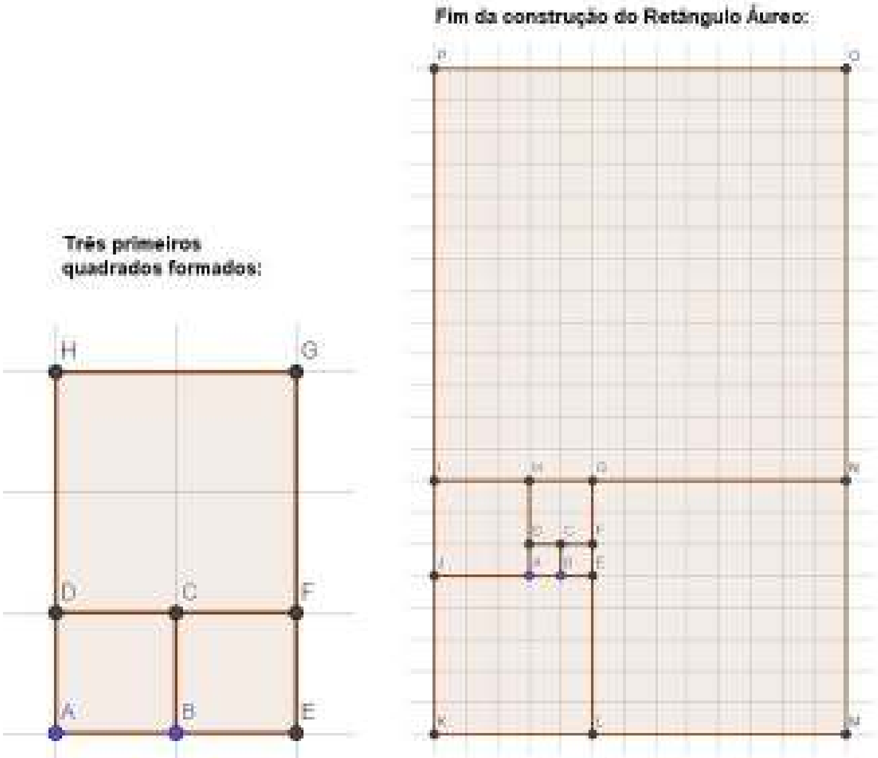
Com o intuito de apresentar uma abordagem visual da sequência para alunos de sétimo e oitavo ano do Ensino Fundamental, será utilizado o software de matemática Geogebra, disponível gratuitamente para celulares e computadores. O objetivo da atividade é a construção de um retângulo áureo, como apresentado na seção 3.2 deste trabalho, e a espiral sobreposta ao retângulo. Ao construir a sequência no software, espera-se que os alunos façam posteriormente comparações entre as proporções do Retângulo Áureo e elementos da natureza, arte e história. Ao abrir o GeoGebra Classic, clique na opção "Polígono", e escolha a seção "Polígono Regular". A partir disso, selecione dois pontos A e B, de distância 1. Após selecioná-los, a caixa de diálogo aberta deverá ser preenchida com o número 4. Os passos descritos estão ilustrados na figura abaixo:

Figura 3. Primeiros passos.



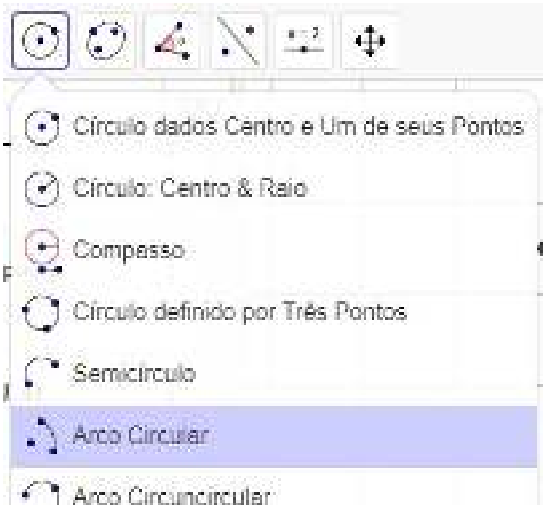
Após o quadrado $ABCD$ ser formado, o aluno deverá acessar novamente a opção "Polígono Regular", selecionando agora os pontos C e B, repetindo o número de vértices 4. O processo se repete, com o aluno selecionado os pontos D e F, A e H, E e J, G e L, I e N e por fim os pontos K e P. Ressaltando que o número de vértices escolhidos deve ser sempre 4. O resultado deverá ser semelhante ao ilustrado na figura 4.

Figura 4. Retângulo Áureo.



Após a construção do Retângulo Áureo, o aluno deverá selecionar a opção "Arco Circular" como mostrado na figura 5.

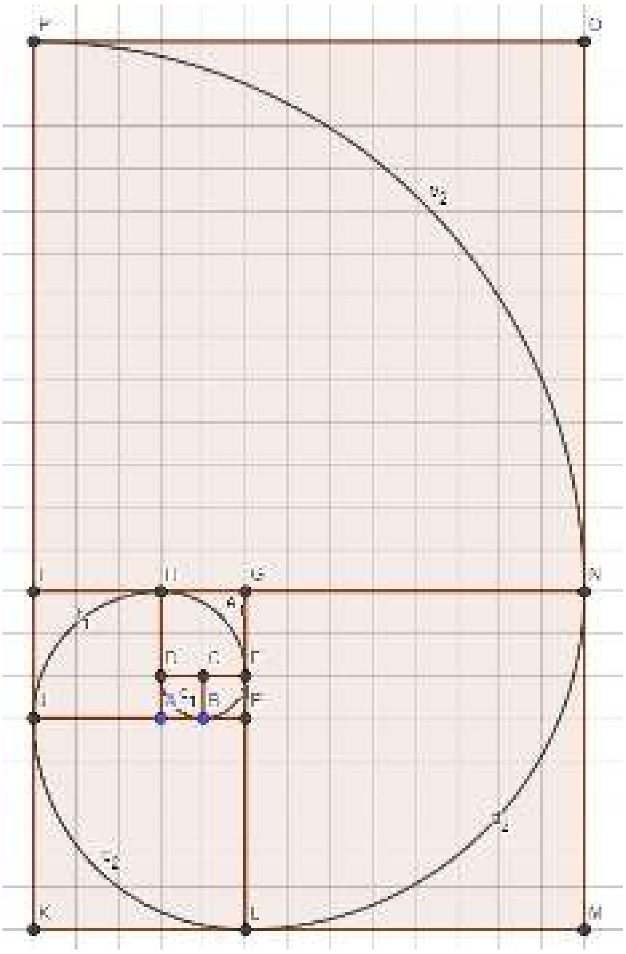
Figura 5. Arco Circular.



Após selecionar a opção citada acima, o aluno deve clicar nos pontos C, D e B. O processo de selecionar a opção "Arco Circular" deve se repetir, selecionando os pontos (C, B, F), (D, F, H), (A, H, J), (E, J, L), (G, L, N) e (I, N, P). Ao final, a construção formada ficará semelhante à figura 6.

DOI: 10.51189/conbraed2024/32762

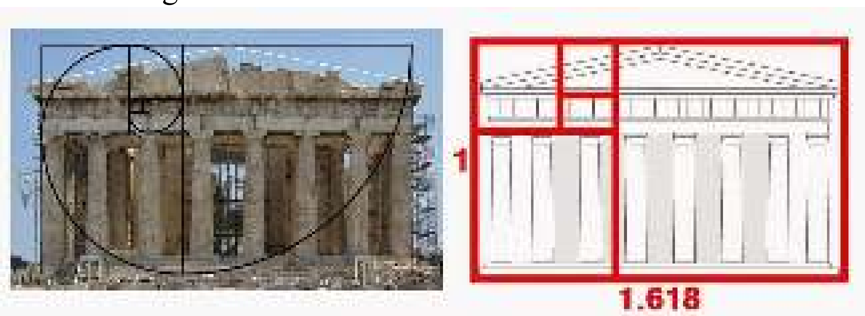
Figura 6. Construção finalizada.



5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao fim da construção, os alunos devem ser instigados pelo professor, a pesquisarem imagens na internet, para compararem a proporção construída no software com estruturas de construções históricas, obras de arte famosas e elementos da natureza, como ilustra a figura 7. Deve-se então levantar um momento de reflexão sobre as incertezas ao fazer as comparações, e a grande presença de materiais sem a devida fundamentação na internet, trazendo um espaço para a exposição de opiniões.

Figura 7. Parthenon Grego.



6 CONCLUSÃO

Por fim, inclusão da Sequência de Fibonacci no ambiente escolar, pode ser vista a partir de inúmeras perspectivas, apresentando ao professor possibilidades de interdisciplinaridade, além de abordar a aprendizagem ativa e o uso de mídias digitais em sala de aula. Por se tratar de uma sequência famosa, existem histórias, especulações, teorias e estudos que buscam aplicá-la nos mais diversos aspectos da vida cotidiana, arte e história.

Ao conhecer toda a história por trás desta tão enigmática sequência, e algumas especulações a respeito de sua relação com a proporção áurea e o número φ, espera-se que o aluno desenvolva um olhar crítico investigativo, participando ativamente do estudo.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

D`AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2009.

LÍVIO, Mario. **Razão Áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. Rio de Janeiro: Record, 2008.

DOI: 10.51189/conbraed2024/32762